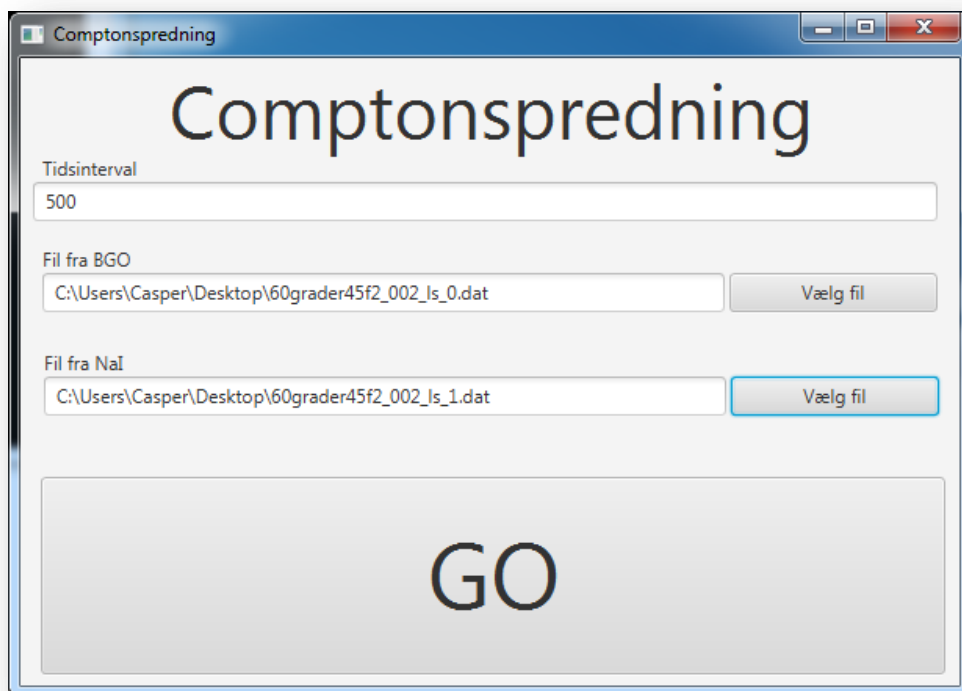


Casper Szast 20107372

Comptonspredning

Et eksperiment til brug i undervisningen



Vejleder: Ulrik Uggerhøj - Århus Universitet

Indholdsfortegnelse

1 Summary	3
2 Indledning	4
3 Teori.....	5
3.1 Teoretisk udledning af Comptonformlen.....	5
3.2 Klein-Nishinaformlen og Comptontværsnittet	7
4 Eksperimentet	9
4.1 Forsøgsopstilling	9
4.2 Energikalibrering	10
4.3 Effektivitetskalibrering.....	11
5 Dataopsamling.....	12
6 Databehandling	14
6.1 Comptonformlen.....	14
6.2 Klein-Nishinaformlen	17
6.2.1 Det teoretiske udtryk	19
6.2.2 Resultat	21
7 Usikkerheder	22
8 Undervisningsforsøg	22
9 Konklusion.....	24
10 Litteratur	25
11 Bilag	26

1 Summary

This paper contains an undergraduate experiment which seeks to confirm the Compton- and the Klein-Nishina formula by the use of an experimental setup previously used in another undergraduate experiment.

After a brief introduction to the relevant theories and formulas the paper describes in full the procedure of getting useful data from the setup. Furthermore the statistical uncertainties and the systematical- are evaluated along with the results of the experiment, which satisfy the theoretical values from the Compton formula and variation due to a systematical error from the Klein-Nishina formula.

The paper also describes how the experimental setup can be used as an educational tool in the Relativity course at Aarhus University.

2 Indledning

Fænomenet Comptonspredning blev for første gang beskrevet i 1922 af den amerikanske fysiker Arthur H. Compton, og gav endeligt en direkte bekræftelse af Einsteins teori om lyskvanter. Men drivkraften til Comptons arbejde skal findes mange år tidligere, i 1904, med fysikeren Arthur Eves forsøg, der viste, at sekundær stråling havde en lavere gennemtrængningskraft end den primære. Denne teori blev udbygget i 1910 af D.C.H. Florence, der viste, at gennemtrængningskraften aftager med spredningsvinklen. Med dette i tankerne, samt Einsteins nye teorier om lyskvanter, kunne Compton i 1923 publicere sine ideer og eksperimentelle resultater i bladet *Physical Review*. Comptons formel beskrev hvordan stråling, der ramte et materiale, blev spredt med en bølgelængde relativt til spredningsvinklen, hvilket førte ham til en Nobelpris i 1927 og gav hans formel navnet Comptonformlen.

Blot to år senere, i 1929, banede et af de første resultater af kvanteelektrodynamikken vejen for hvad der i dag er kendt som Klein-Nishinaformlen. Denne formel gav en præcis forudsigtelse af vinkelfordelingen af den spredte stråling, og blev udledt af fysikerne Oskar Klein og Yoshio Nishina. Før denne blev tværsnittet udledt klassisk af den britiske fysiker J. J. Thomson, hvis resultater dog viste signifikante variationer fra eksperimenterne.

Comptons teori og ikke mindst hans formel fremstår i dag, i sin simpleste form, ekstrem enkel og matematisk smuk. Derfor er det oplagt, at denne indgår i undervisningen af nye fysikstuderende. Dette bachelorprojekt har til formål, at uddybe ovenstående teori samt verificere denne ved hjælp af en eksperimentel opstilling fremstillet under et tidligere Bachelorprojekt, hvor resultaterne dog ikke passede nøjagtigt med teorien. Lykkes det dog i denne omgang, at finde fejlkilderne og præsentere acceptable resultater, laves en variation af eksperimentet til brug i undervisningen i kurset relativitetsteori. Herunder laves et computerprogram til forenkling af databehandling. Afslutningsvist vil eventuelle fejlkilder samt forslag til forbedringer diskuteres.

3 Teori

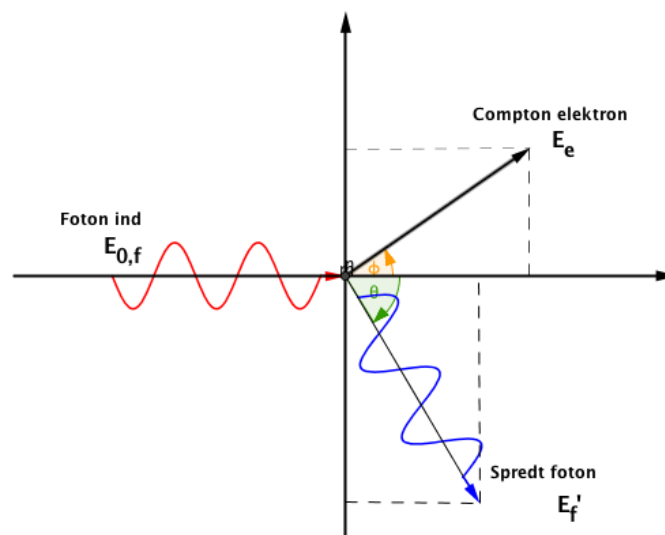
Der lægges i følgende afsnit fokus på de teoretiske udledninger af ovennævnte formler samt deres rolle i den eksperimentelle del af projektet. Compton- og Klein-Nishinaformlen er udledte i separate afsnit.

3.1 Teoretisk udledning af Comptonformlen

Comptonformlen beskriver kollisionen mellem to partikler; en foton og en fri elektron, ved brug af kvanteteorien samt principperne bag energi- og impulsbevarelse.

Lad den indkommende foton have impulsen \vec{p}_f med størrelsen p samt energien $E_{f,0} = pc$, og lad denne kollideres med en elektron i hvile $E_{e,0} = m_e c^2$. Det generelle tilfælde hvor elektronens impuls ikke er lig nul $\vec{p}_e \neq 0$, kan udledes ved brug af en Lorentz transformation.

Ved kollisionen vil fotonens energi absorberes af elektronen, der får den kinetiske energi $E_{e,k} = p_e c$ og hermed den totale energi $E_e = E_{e,0} + E_{e,k}$. Den resterende energi udsendes som en ny foton med energien $E'_f = p'_f c$ og impulsen \vec{p}'_f .



Figur 1: Diagram over Comptonspredning med relevante størrelser angivet på figuren.

Vores antagelse om energibevarelse giver hernæst ligheden:

$$E_{e,0} + E_{f,0} = E_e + E_f'$$

Denne bruges i kombination med den relativistiske relation imellem impuls og energi $p_e^2 c^2 = E_e^2 - m_e^2 c^4$ og giver følgende:

$$\begin{aligned} m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2 &= E_e^2 = (E_{f,0} - E_f' + E_{e,0})^2 = ((pc - p'c) + m_e c^2)^2 \\ &= (pc - p'c)^2 + m_e^2 c^4 + 2m_e c^2 (pc - p'c) \end{aligned}$$

Ved omrokering af ovenstående fås:

$$p_e^2 c^2 = (pc - p'c)^2 + 2m_e c^2 (pc - p'c)$$

Antagelsen om impulsbevarelse $\vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}'_f$ inddrages og udregningerne laves for simpelhedens skyld i to dimensioner.

x:

$$p = p' \cos \theta + p_e \cos \phi \Rightarrow p - p' \cos \theta = p_e \cos \phi$$

y:

$$0 = -p' \sin \theta + p_e \sin \phi \Rightarrow -p' \sin \theta = p_e \sin \phi$$

Summering giver udtrykket $p_e^2 c^2 = (pc)^2 - 2pp' \cos \theta + p'^2$ der sammensat med udtrykket fra energibevarelsen samt $v = \frac{c}{\lambda}$ resulterer i den meget velkendte Comptonformel^[1]:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

Hvor faktoren $\frac{h}{m_e c} = \lambda_C$ er defineret som Comptonbølgelængden. Ved brug af $E = \frac{hc}{\lambda}$ omskrives formelen let til værende energiafhængig, hvilket bruges i den eksperimentelle del.

$$E' = \frac{E_0}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)} \quad (2)$$

hvor $\varepsilon \equiv \frac{E_0}{m_e c^2}$

3.2 Klein-Nishinaformlen og Comptontværsnittet

Udledningen af Klein-Nishinaformlen er herunder beskrevet i den mængde detaljer, som længden af dette projekt tillader. Inspirationen hertil samt det eksplicite bevis er at finde i [1].

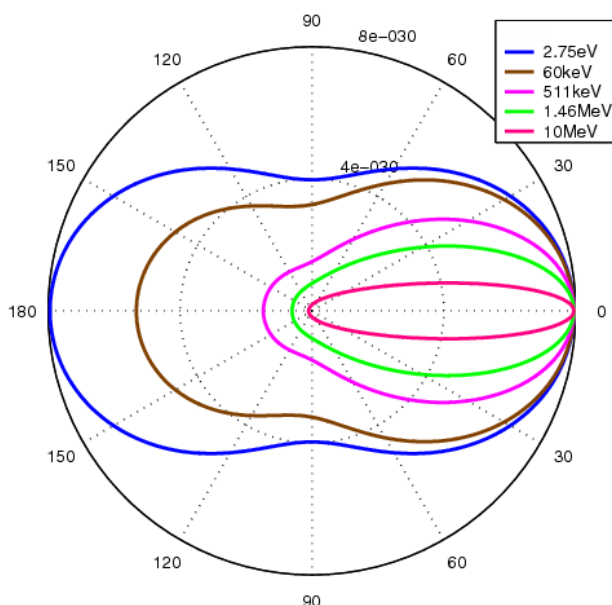
Til udledningen af Klein-Nishinaformlen benyttes, som tidligere nævnt, teorien fra kvantemeknikken. Da hyppigheden af Comptonspredningen beregnes ved brug af overgangssandsynligheder, betragtes en overgang mellem de to kvantetilstande $O(E_0, p_e = 0)$ og $F(E', p_e)$. Denne overgang er kun mulig ved brug af en mellem-liggende tilstand, der adskiller sig fra den indledende og endelige tilstand med kun én enkelt kvante, hvorom det gælder, at impulsen er bevaret.

I dette specifikke tilfælde er der tale om en elektron (en partikel med spin $\frac{1}{2}$), der bevæger sig med en relativistisk hastighed. Dette medfører, at der ifølge Diracteorien eksisterer fire tilstande, svarende til de to spinretninger og positiv eller negativ energi. Diracs hulteorien giver dog i mellemtiden, at overgangene til de negative energier er forbudte, og overgange med positive elektroner fremstår. En udregning vil dog vise, at hvad end hulteorien tages i brug eller ej, findes det samme resultat. I Feynman-terminer betyder dette, at en partikel med negativ energi, der bevæger sig tilbage i tiden, svarer til en positiv antipartikel, som bevæger sig fremad i tiden.

For at bestemme spredningens overgangssandsynlighed pr tidsenhed tages Fermis gyldne regel i brug. Dette medfører en række matrixelementer, som ved evaluering frembringer Klein-Nishinaformlen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \frac{1}{(1 + \varepsilon(1 - \cos \theta))^2} \left(1 + \frac{\varepsilon^2(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)(1 + \varepsilon(1 - \cos \theta))} \right) \quad (3)$$

Hvor $r_0 = 2.818 \cdot 10^{-15} m$ er den klassiske elektronradius og $\varepsilon \equiv \frac{E_0}{m_e c^2}$. Sidstnævnte faktors indvirke på Comptontværsnittet giver anledning til et yderst karakteristisk plot, der i dag kendes som peanutdiagrammet^[5].



Figur 2: Peanutdiagrammet for diverse værdier af ε ved angivne vinkler.

For endeligt at bestemme Comptontværsnittet integreres Klein-Nishinaformlen over hele rummet. Dette giver ved et ubestemt integral resultatet:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \sigma_0 \frac{3}{4} \left(\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon^3} \left(\frac{2\varepsilon(1 + \varepsilon)}{1 + 2\varepsilon} - \ln(1 + 2\varepsilon) \right) + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1 + 2\varepsilon) - \frac{1 + 3\varepsilon}{(1 + 2\varepsilon)^2} \right) \quad (4)$$

Hvor $\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} r_0^2$ er det totale tværsnit for ikke-relativistisk spredning også kaldet Thomsontværsnittet. Vurderes dette ekstrem-relativistisk og ikke-relativistisk ved en ekspansion af højresiden fås udtrykkene:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - 2\varepsilon + \frac{26}{5} \varepsilon^2 + \dots \right) \quad (I.R.)$$

$$\sigma = \sigma_0 \frac{3}{8\varepsilon} \left(\ln 2\varepsilon + \frac{1}{2} \right) \propto \frac{1}{E_0} \quad (E.R.)$$

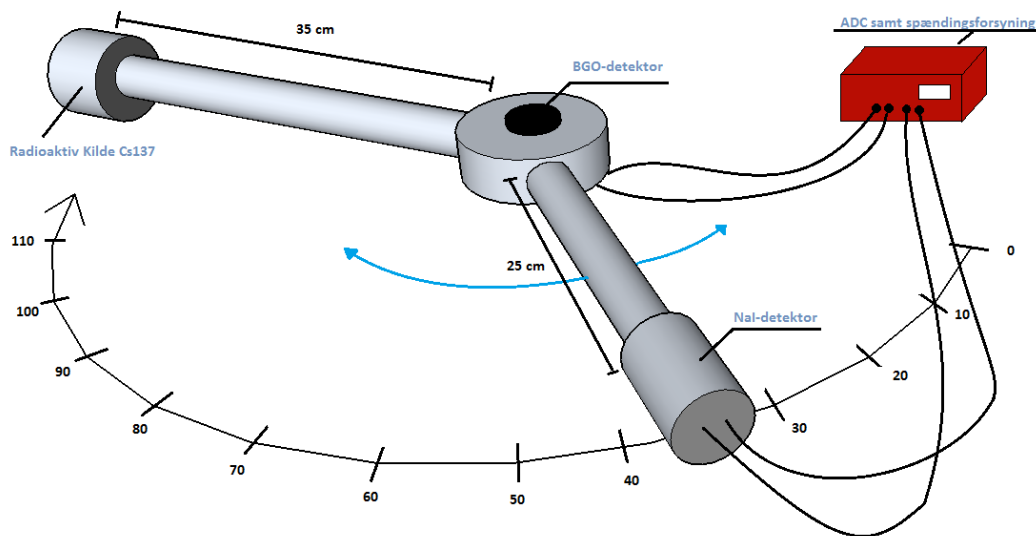
Det ses heraf, at det totale Comptontværsnit nærmer sig Thomsontværsnittet for lave energier: $E \rightarrow 0 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow 0$.

4 Eksperimentet

Der ønskes en eksperimentel eftervisning af de ovenstående resultater. Dette gøres ved brug af udstyr, der tidligere har været benyttet til samme, med undtagelse af den anvendte ADC (analog to digital converter).

4.1 Forsøgsopstilling

Forsøgsopstillingen er bygget op omkring to cylindriske detektorer; en BGO samt en NaI-detektor. En cæsium-137 kilde er placeret for enden af et metalrør, der yderligere er forbundet til BGO-detektoren. Denne er dog placeret således, at strålingen rammer cylinderen i siden. Herfra er NaI-detektoren forbundet ved et langt roterbart metalrør, og begge detektorer er forbundet til en ADC.

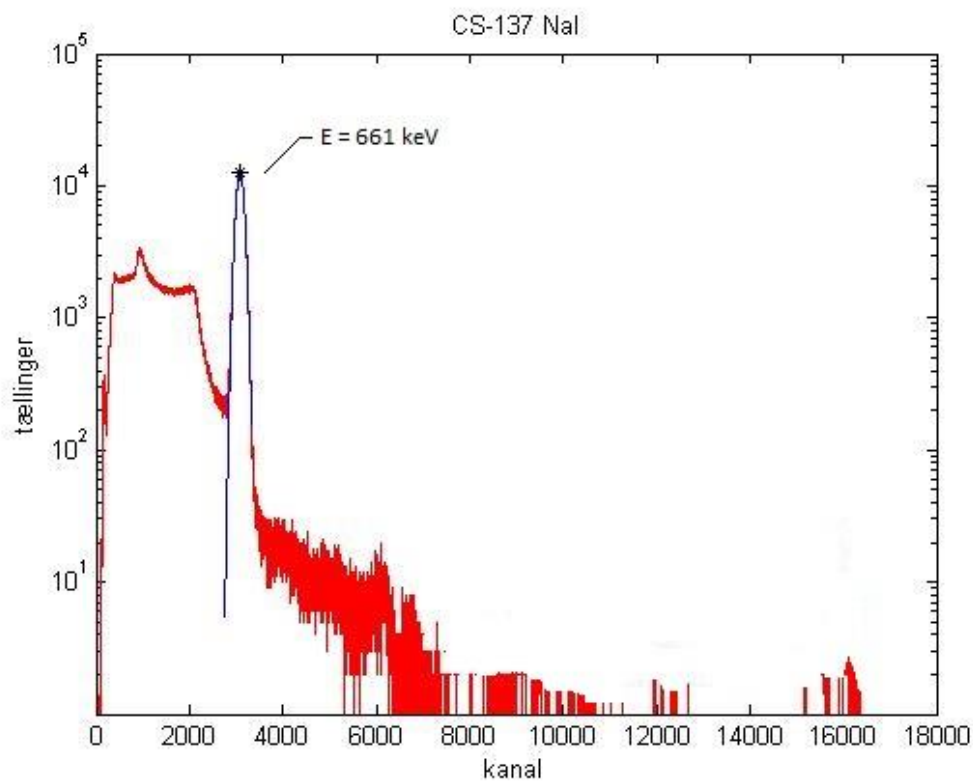


Figur 3: Forsøgsopstillingen med de to detektorer og Cs-137 kilden.

Denne opstilling gør det muligt for NaI-detektoren, at opfange den Comptonspredte stråling fra BGO-detektoren, og yderligere at sortere eventuel støj fra ved brug af eventbaseret dataopsamling.

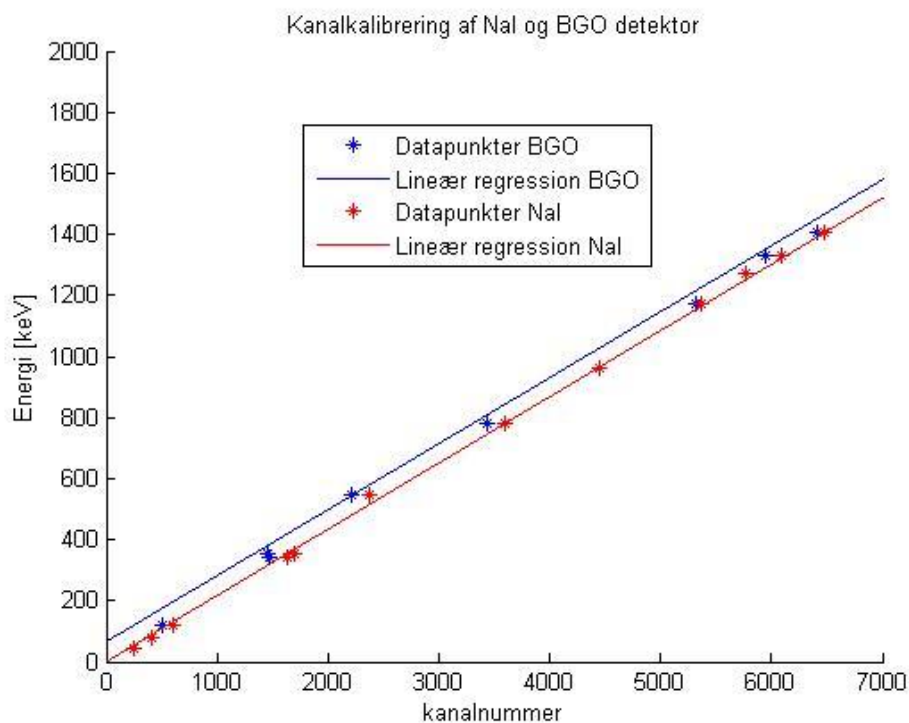
4.2 Energikalibrering

Brugen af ADC'en gør, at de målte energier sorteres i kanaler når de når computerskærmen. Det er derfor nødvendigt, at kalibrere disse kanaler til de tilsvarende energier. Dette gøres ved brug af en række kendte kilder, der skiftevist placeres klods op ad detektoren. Til bestemmelsen af de fundne toppe benyttes toppunktet for en gaussfunktion.



Figur 4: Eksempel på metoden brugt til bestemmelse af toppunkter ved energikalibreringen.

Denne metode benyttes til begge detektorer, hvor et passende antal kilder udvælges. Herefter noteres kanalværdierne samt deres tilhørende energier. Disse plottes mod hinanden og der laves en lineær regression herpå, under antagelsen af, at værdierne ikke er korrelerede. Nedenstående figur viser et plot af begge kalibreringer, der synes yderst tilfredsstillende.



Figur 5: Kanalkalibrering af de to detektorer.

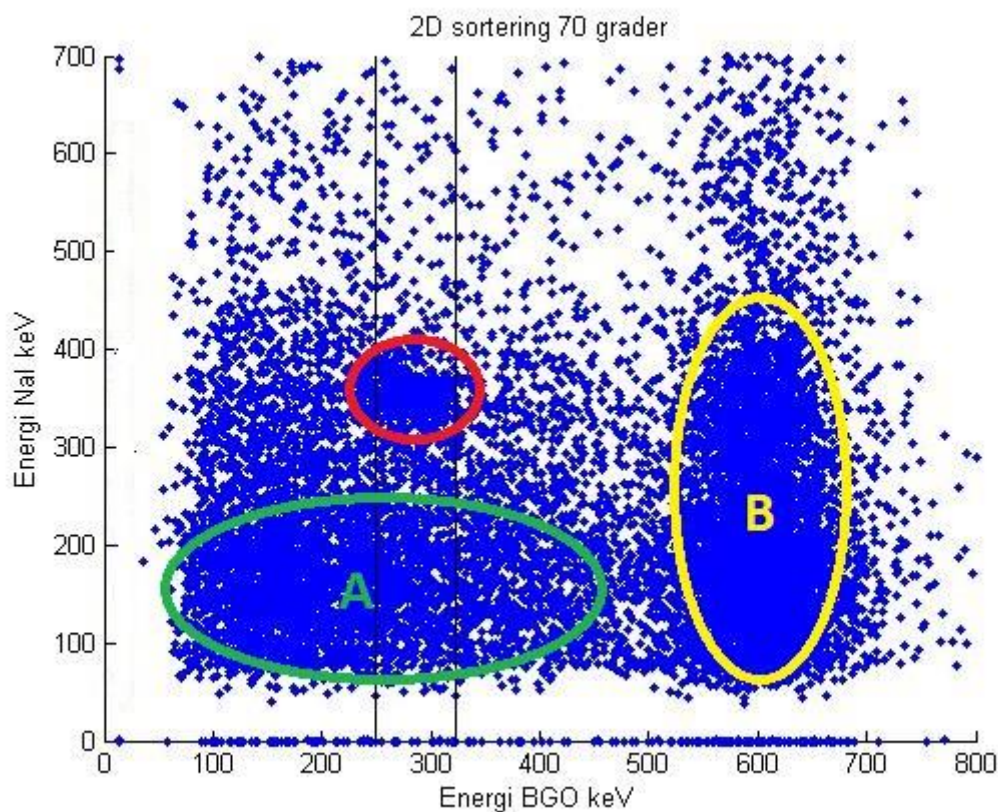
4.3 Effektivitetskalibrering

Til eftervisning af Klein-Nishinaformlen er det nødvendigt at bestemme detektorernes effektivitet. Der blev i første omgang forsøgt med en række kilder med kendte aktiviteter, hvor arealet af toppene blev bestemt ved integration af en gaussfunktion fratrukket en lineær støjfunktion. Disse resultater viste sig dog at være utilstrækkelige og blev sidenhen kasseret.

Hvad enten de dårlige resultater skyldes regnefejl/slåfejl eller forkerte aktiviteter på kilderne er ikke blevet bestemt. Heldigvis er effektiviteten af en række detektortyper blevet eksperimentelt bekræftede som funktion af detektorernes tykkelse^[4] og er at finde på figurene A1 og A2 i bilaget. BGO-detektorens effektive tykkelse varierer, grundet dens geometri, meget alt efter hvilken vej strålingen passerer gennem den. Derfor er BGO-detektorens effektivitet tillagt en stor usikkerhed.

5 Dataopsamling

Forsøgsopstillingen har som tidligere nævnt til formål at opfange Comptontoppen fra den spredte foton. Dette vil kunne ses i NaI-detektoren hvis støjen fra Comptonbaggrunden for de to detektorer fjernes. Dette gøres ved brug af eventbaseret dataopsamling, hvor tællinger i samme tidsrum gemmes og plottes i et todimensionalt plot, hvor Comptonbaggrundene frasorteres. Den eventbaserede frasortering sker i et computerprogram lavet til lejligheden.



Figur 6: 2D-plot af eventsorteret data - 70 grader og 45 min.

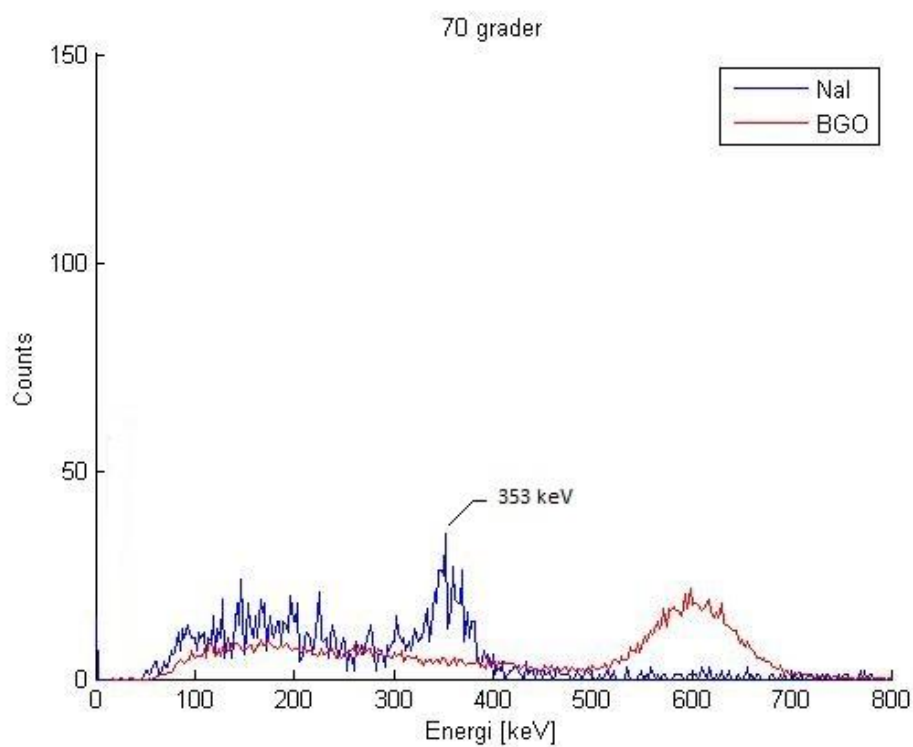
På ovenstående figur ses det tydeligt, at der eksisterer to områder med meget stor tæthed; områderne A og B. Område A må skyldes Comptonbaggrunden fra BGO-detektoren, der grundet Comptonranden tynder ud ved de højere energier. Ligeledes må området B skyldes Comptonbaggrunden for NaI-detektoren, som også tynder ud ved højere energier.

Foruden de to ovennævnte områder ses yderligere et mindre område med stor tæthed. Placeringen af dette område stemmer fint overens med den forventede fototop:

$$E_{BGO} = E_e(70^\circ) \approx 308 \text{ keV}$$

$$E_{NaI} = E'_f(70^\circ) \approx 353 \text{ keV}$$

Der laves nu en frasortering af støjen, hvilket er illustreret på figuren ved to sorte streger. Datapunkterne liggende i dette interval plottes herefter separat.



Figur 7: 2D-sorteret data - 70 grader og 45 min.

Sorteringen af data er nu fuldendt og tilbage står et datasæt klar til databehandlingen. Denne proces gentages naturligvis for alle de brugte vinkler i forsøget.

6 Databehandling

Alle data i følgende kapitel er taget med ovennævnte detektorer, der begge er tilsluttet en CAEN DT5780P multi-kanalanalysator. Databehandlingen er foretaget i programmet MatLab, udstyrets medfølgende software samt et program til den eventuelle dataopsamling.

6.1 Comptonformlen

Som det første ønskes en eftervisning af Comptonformlen. Dette gøres ved brug af en gaussfunktion på formen:

$$f(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

Herved fås værdierne for valgte toppunkter fra datasæt svarende til det brugte i Figur 7. Endvidere beregnes usikkerheden på toppunktets forskydning langs x-aksen ved brug af $\sigma(\mu) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$, hvor N angiver antallet af tællel.

Førnævnt kanalkalibrering gør det muligt, at måle energiskiftet som en funktion af vinklen mellem den indkommende stråling og NaI-detektoren. Dette energiskifte er tidligere givet ved (2), og en eftervisning heraf kræver bestemmelse af energien for den indkommende stråling E_0 . Dette gøres ved at tilpasse en gaussfunktion til datapunkterne fra BGO-detektoren for alle de anvendte vinkler, hvorved usikkerheden let findes.

$$E_0 = 654 \pm 11 \text{ keV}$$

Dette stemmer fint overens med tabelværdien for Cæsium-137 gammahenfaldet på 661.7 keV^[6].

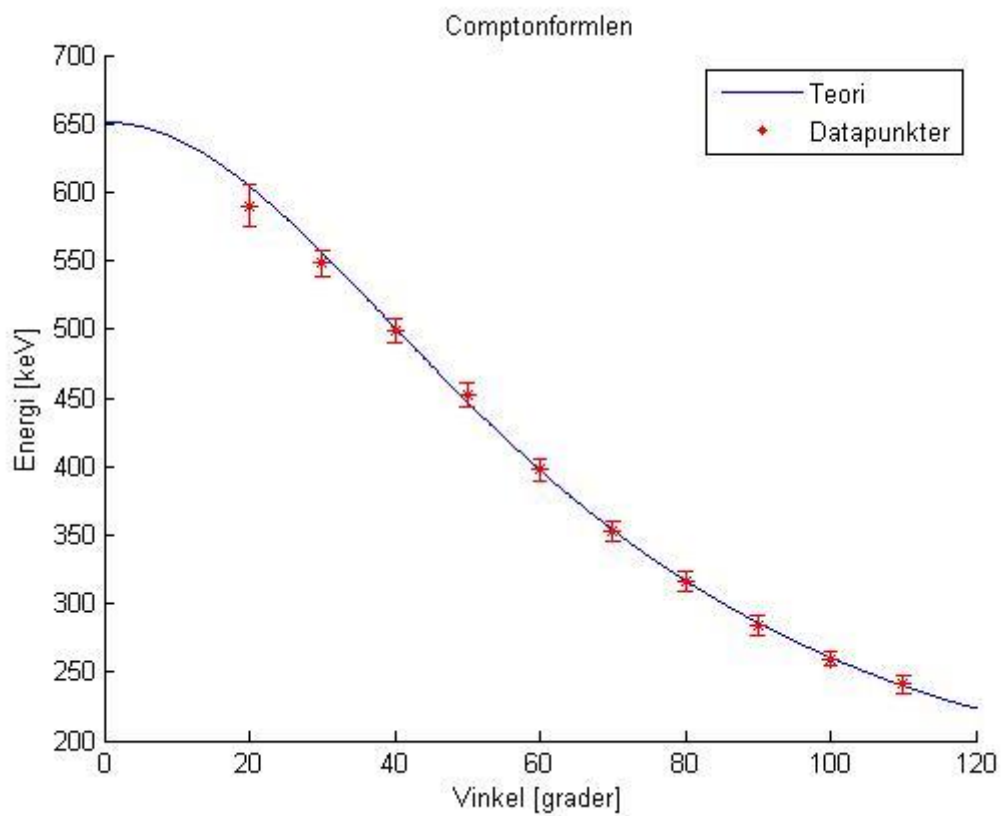
Ved igen at gøre brug af en gaussfunktion kan toppunkterne fra NaI-detektorens datasæt beregnes. Dette gøres for vinklerne 10° - 110° i spring af ti. Til hver måling er

der afsat 45 minutter, hvilket antages at være rigeligt til en præcis måling. Resultaterne ses i nedenstående tabel.

Vinkel	Energi fototop
20°	590 ± 16 keV
30°	548 ± 10 keV
40°	499 ± 9.0 keV
50°	452 ± 8.6 keV
60°	397 ± 8.5 keV
70°	352 ± 7.6 keV
80°	316 ± 6.7 keV
90°	284 ± 6.7 keV
100°	260 ± 5.5 keV
110°	241 ± 6.1 keV

Tabel 1: Eksperimentelle værdier for energierne ved varierende vinkler. t = 45 min

Ved ti grader kunne fototoppen ikke ses i det sorterede data. Dette er højst sandsynligt grundet støj fra kilden, som kommer direkte fra røret, der forbinder BGO- og NaI-detektorerne. Det har derfor ikke været muligt, at lave en acceptabel måling ved denne vinkel.



Figur 8: Eksperimentelle resultater ved eftervisning af Comptonformlen. t = 45 min

Som det fremgår af Figur 8 synes alle datapunkter at ligge indenfor deres respektive usikkerheder af den teoretiske værdi.

6.2 Klein-Nishinaformlen

Det er nødvendigt for en effektiv eftervisning af føromtalt teori, at gøre sig overvejelser om, hvad der sker i detektorerne. En af mulighederne er, at en indkommende foton afsætter al sin energi i detektoren i form af en eller flere Comptonspredninger. Modsat kan det også ske, at fotonen afsætter blot en lille del eller slet ingen af sin energi. Det er derfor nødvendigt at udregne effektiviteten samt peak-to-total ratio for målingerne. Til bestemmelse af effektiviteten benyttes eksperimentelt verificeret data^[3], som også er at finde i bilaget ved figurerne A1 og A2.

Nedenstående tabel angiver effektiviteten samt peak-to-total ratio ved fototoppene fra NaI-detektoren.

Energi	Effektivitet η_{NaI}	Peak-to-total ratio R_{NaI}
548 ± 10 keV	0.80	0.57(2)
499 ± 9.0 keV	0.83	0.44(1)
452 ± 8.6 keV	0.85	0.48(1)
397 ± 8.5 keV	0.90	0.50(2)
352 ± 7.6 keV	0.90	0.63(2)
316 ± 6.7 keV	0.93	0.60(2)
284 ± 6.7 keV	0.95	0.58(2)
260 ± 5.5 keV	0.97	0.54(2)
241 ± 6.1 keV	0.97	0.67(3)

Tabel 2: Effektivitet og peak-to-total ratio fra NaI-detektoren med en dybde på 2 tommer svarende til ca. 51 mm.

Da det ikke er muligt, selv ved sortering af data, at finde Comptontoppen i datasættet fra BGO-detektoren, er det nødvendigt at bestemme effektiviteten ved brug af eks-

trapolering. Dette kan gøres ved antagelsen om energibevarelse, der eksempelvis giver en Comptontop ved 70 grader med energien:

$$E_{comp} = E_0 - E(70) = 299 \text{ keV}$$

Nedenstående tabel angiver effektiviteten samt peak-to-total ratio aflæst på Figur A3 ved fototoppene fra BGO-detektoren.

Energi	Effektivitet	Peak-to-total
	η_{BGO}	ratio R_{BGO}
103 ± 7.1 keV	1.00	1.00
152 ± 8.0 keV	1.00	1.00
199 ± 8.6 keV	1.00	1.00
254 ± 10 keV	1.00	1.00
299 ± 5.5 keV	0.98	0.96
335 ± 9.0 keV	0.96	0.96
367 ± 8.9 keV	0.93	0.96
391 ± 7.4 keV	0.90	0.94
410 ± 8.0 keV	0.88	0.90

Tabel 3: Effektivitet og peak-to-total ratio fra BGO-detektoren med en dybde på 0.7 tomme svarende til ca. 19 mm.

Det er nu muligt, at bestemme de eksperimentelle datapunkter, da der er taget højde for ovenstående. Dette giver følgende udtryk:

$$N_{eks} = N_{M\ddot{a}lt} \cdot \frac{1}{\eta_{NaI} \cdot \eta_{BGO}} \cdot \frac{1}{R_{NaI} \cdot R_{BGO}} \quad (6)$$

6.2.1 Det teoretiske udtryk

Den teoretiske værdi for antallet af Comptonspredte fotoner kan beregnes ved brug af følgende:

$$N = N_0 \cdot n \cdot L \cdot \sigma \quad (7)$$

Hvor N_0 betegner antallet af indkommende fotoner, n er tætheden af materialet, L er længden af materialet og proportionalitetsfaktoren σ det totale Comptontværsnit. Denne er tidligere udregnet i (4).

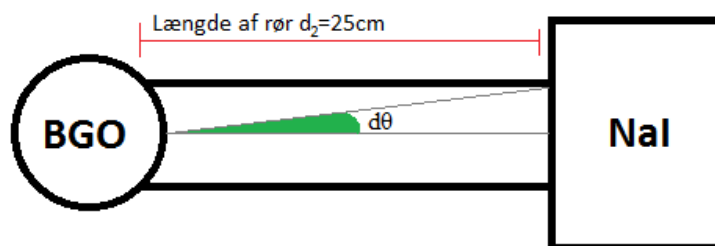
Til beregning af antallet af indkommende fotoner betragtes kilden; Cæsium-137 med en målt aktivitet på 370 MBq for tre år siden, samt en halveringstid på $t_{1/2} = 30.17y$. Hertil findes også tabelværdierne for forgreningsforholdet^[5] med værdien $\Gamma = 0.85$, og N_0 bestemmes:

$$N_0 = \Gamma \cdot N(t = 0) \cdot 2^{\frac{3}{t_{1/2}}} = 344 \pm 7 \text{ MBq}$$

Værdierne n og L slås op i de medfølgende papirer på BGO-detektoren og bliver da:

$$n_{BGO} = 6.5484 \cdot 10^{28} m^{-3} \text{ og } L_{BGO} = 1.9 \text{ cm.}$$

Afstanden mellem de to detektorer gør, at Comptontværsnittet ikke kan angives for en specifik vinkel θ , men i stedet skal integreres over en udstrækning. Dette er illustreret på nedenstående figur.



Figur 9: Illustration af integrationen grundet rørets længde.

En hurtig analyse giver udtrykket for vinkelen ved $d\theta = \tan^{-1} \frac{r_{NaI}}{d_2}$. Der mangler nu blot, at tages højde for de to rumvinkler ved overgangen fra kilde til BGO-detektoren samt fra BGO- til NaI-detektoren. Disse udregnes ved følgende:

$$d\Omega = \iint_A \sin \theta \, d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^\theta \sin \theta \, d\theta d\varphi = 2\pi(1 - \cos \theta)$$

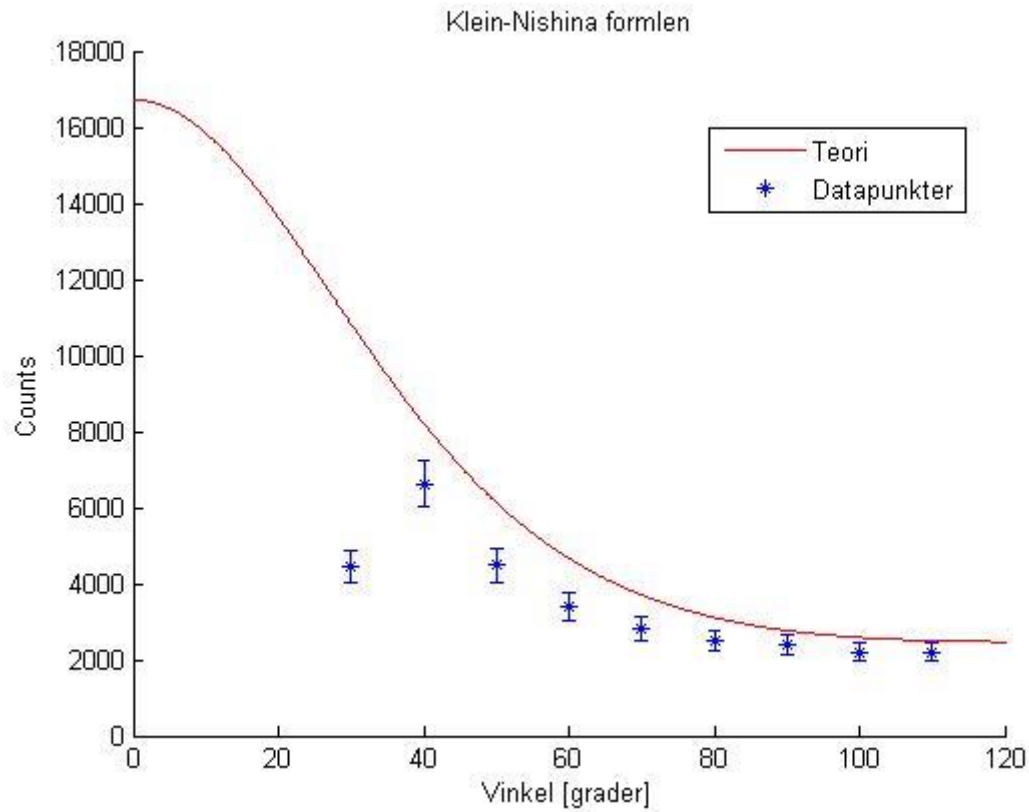
Herved bestemmes de to rumvinkler til $d\Omega_{BGO} = 7.44 \cdot 10^{-4}$ og $d\Omega_{NaI} = 1.3 \cdot 10^{-3}$.

Det resulterende udtryk for (6) bliver derfor:

$$N_{teori} = N_0 \cdot t \cdot n_{BGO} \cdot L_{BGO} \cdot d\Omega_{NaI} \cdot d\Omega_{BGO} \cdot \int_{\theta-d\theta}^{\theta+d\theta} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\theta \quad (8)$$

6.2.2 Resultat

Der laves et plot af ovennævnte teoretiske og eksperimentelle udtryk, med statistiske usikkerheder beregnet ved brug af ophobningsloven.



Figur 10: Klein-Nishinaformlen eftervist eksperimentelt - t =45 min

Det ses tydeligt af Figur 10, at en systematisk fejl har rykket datapunkterne under de teoretiske værdier. Dette kan forklares ved, at den effektive vejlængde gennem BGO-detektoren er kortere end den målte, grundet detektorens cylinderform. Andre systematiske fejl kan dog ikke udelukkes.

Der ses yderligere et dyk ved målinger for tredive grader, hvilket skyldes støj grundet dårlig afskærmning af kilden. En støj, som blev mindre og mindre for højere vinkler.

7 Usikkerheder

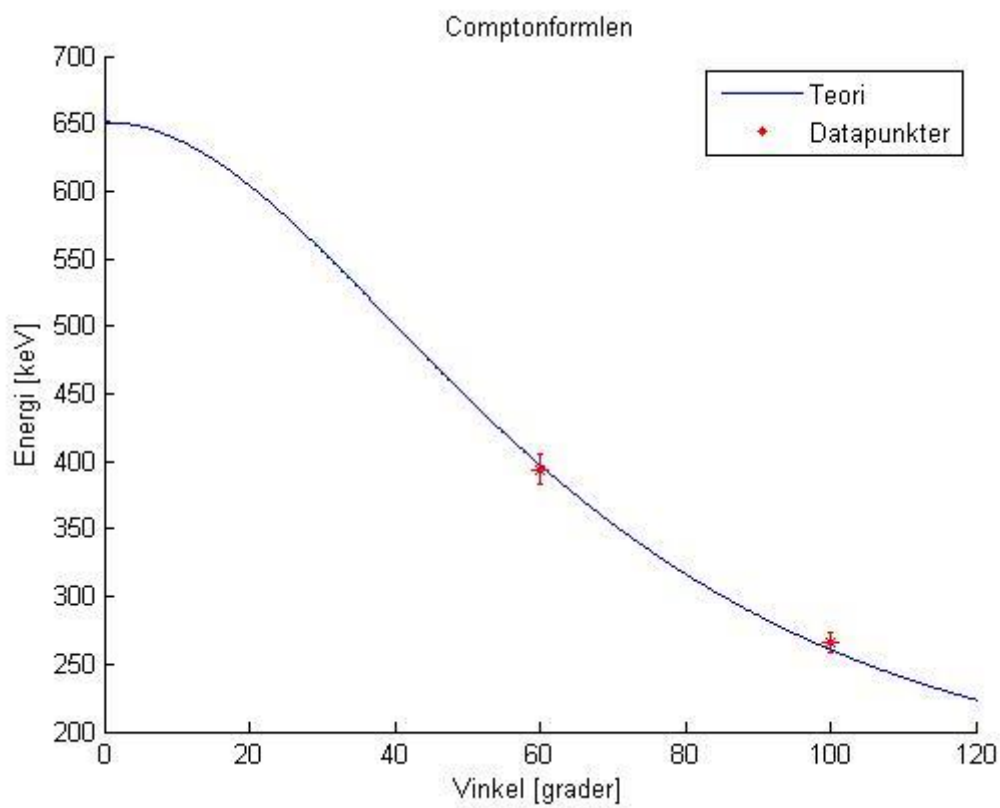
Dette afsnit har til formål, at redegøre for de angivne usikkerheder præsenteret i resultaterne samt relevante antagelser. Det første heraf ses på Figur 8, hvor usikkerhederne på energierne fremgår. Disse er fundet ved brug af gaussfunktioner, hvilket betyder, at den statistiske usikkerhed på energien er givet ved: $\sigma(E)_g = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$. Herudover er en energikalibrering hvis lineære kalibreringskurve er givet ved; $E = a \cdot kanal + b$. Denne har en usikkerhed på hældningen givet ved: $\sigma(E)_a = \sqrt{kanal^2 \cdot \sigma(a)^2}$ hvilket giver den samlede usikkerhed på energierne ved: $\sigma(E) = \sqrt{\sigma(E)_g^2 + \sigma(E)_a^2}$.

Der er flere steder i forløbet gjort brug af ophobningsloven i en sådan grad, at der er blevet gjort brug af et MatLab-script til udregningerne. Dette er taget fra et tidligere kursus: Eksperimentel Fysik, hvor grundforståelsen for denne blev gennemgået.

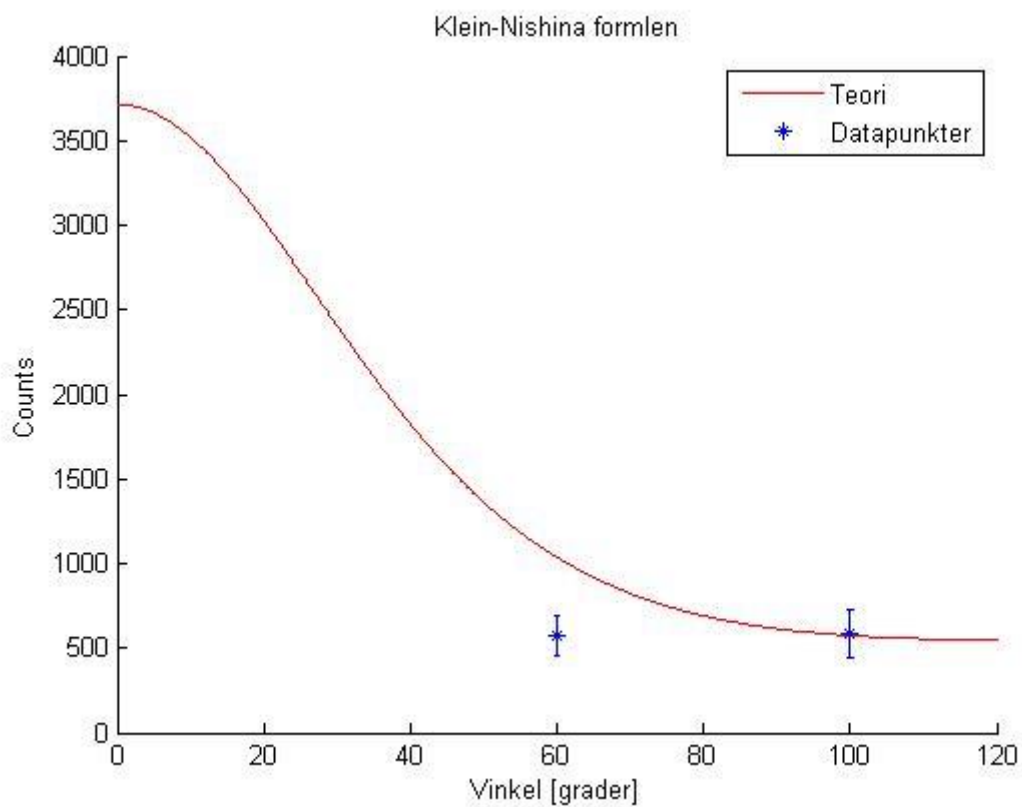
En anden sag er de systematiske fejl, som laves flere steder i eksperimentet. Blandt andet under den eventbaserede dataopsamling, hvor der for hver tælling i den ene detektor kun vælges en tælling i den anden, selvom der let kunne ligge flere inden for samme tidsinterval. Største fejlkilde kommer dog fra den effektive vejlængde gennem BGO-detektoren, som er lavere end den målte. Et groft estimat af denne størrelse på $L_{BGO} \approx 1.5 \text{ cm}$ giver, at alle datapunkterne ligger inden for de statistiske usikkerheder (Se figur A4). Yderligere findes en usikkerhed på kildens aktivitet, samt værdien af den indkommende fotons energi E_0 .

8 Undervisningsforsøg

Resultaterne fra ovenstående synes tilfredsstillende nok til, at der kan udformes et undervisningsforløb til brug i kurset Relativitetsteori. Det ville her være favorabelt, hvis der kunne tages målinger af samme kvalitet men med en kortere tid. Opstillingen testes derfor igen ved måletider på 15 minutter. Ydermere skrives et program til databehandlingen, som kan gøre det lettere for de studerende at udføre forsøget.



Figur 11: Comptonformlen eftervist eksperimentelt. t = 15 min



Figur 12: Klein-Nishinaformlen eftervist eksperimentelt. t = 15 min

Begge resultater synes, at passe fint med det forventede, og målinger af 15 minutters varighed kan derfor sagtens bruges i undervisningen. Hermed tillades det, at de studerende kan udføre forsøget over et eller to undervisningsmoduler, hvorved der sikres større sammenhæng og en bedre forståelse af eksperimentet.

9 Konklusion

Forsøgets hovedformål var, at eftervise Compton- samt Klein-Nishinaformlen ved brug af en eksperimentel opstilling fra et tidligere bachelorprojekt, hvor resultaterne afveg fra de teoretiske værdier. Dette blev opnået ved brug af en eventbaseret datasortering samt omhyggelige målinger af de resterende variable.

Resultaterne fra første del af forsøget, hvor Comptonformlen blev eftervist, stemte i høj grad overens med de forventede værdier, og de målte punkter lå således indenfor de statistiske usikkerheder. Det samme kunne dog ikke siges for datapunkterne ved eftervisningen af Klein-Nishinaformlen, hvor de alle lå udenfor de statistiske usikkerheder. Her fremgik det tydeligt, at der var tale om en systematisk afvigelse, da alle punkter lå under de teoretiske værdier. Denne afvigelse antages hovedsageligt, at være skyldt den effektive vejlængde gennem BGO-detektoren.

Som et yderligere element i min opgave testede jeg, om opstillingen var brugbar i undervisningen i kurset relativitetsteori. Derfor blev der foretaget en måleserie med tider på 15 minutter i stedet for 45, som blev anvendt ved ovenstående. Dette viste ingen yderligere store statistiske afvigelser og resultaterne var derfor tilfredsstillende. Endeligt blev der konstrueret et computerprogram til at lette undervisningen.

Alt i alt synes resultaterne yderst tilfredsstillende og afvigelserne acceptable. En forbedring af resultaterne ville kræve en bedre afskærmning af kilden, der ved små vinkler gav en del støj. Herudover kunne det tænkes, at en eftervisning af effektiviteten samt peak-to-total ratio for begge detektorer ville give et mere præcist resultat.

10 Litteratur

[2] Knudsen, Helge: Præcision, *usikkerhed og sandsynlighed*. Kompendium fra 2008

[3] Saint-Gobain Crystals: *Efficiency Calculations for Selected scintillators*. Kompendium fra 2008

[1] Uggerhøj, Ulrik: *Compton scattering*. Kompendium fra 2010

[4] Wilkins, Daniel: Generel Comptoneffekt via Loretztransformation i; *American journal & Physics Vol 52, No. 5*. 1984

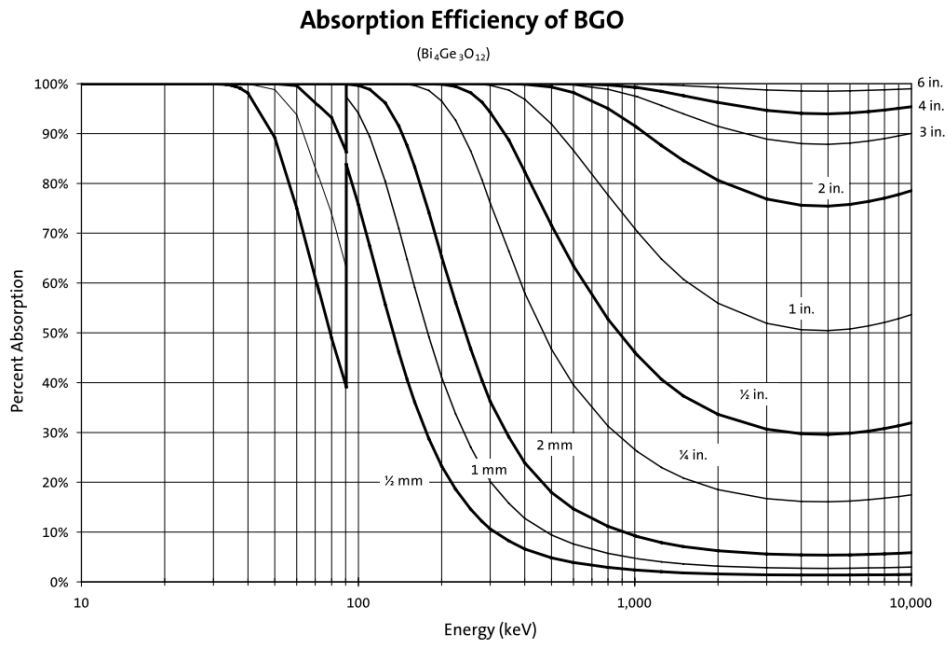
[5] <http://physics.tutorvista.com/modern-physics/compton-scattering.html> - Maj 2014

[6] <http://ie.lbl.gov/toi/nuclide.asp?iZA=550137> - Maj 2014

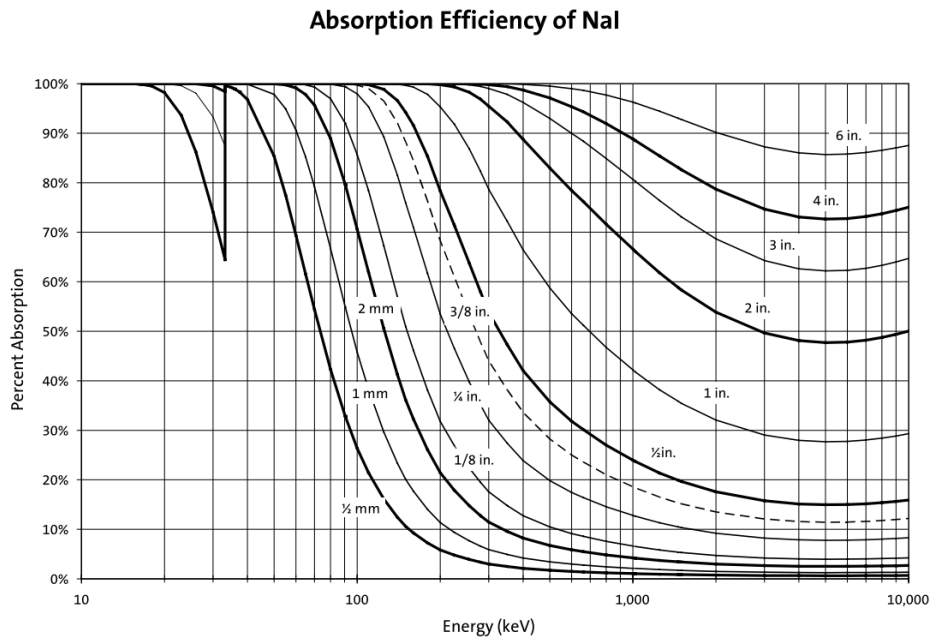
[7] Et stort tak til Ulrik Uggerhøj for en fremragende vejledning og et underholdende forløb.

Yderligere tak til Per Bluhme Christensen og Tobias Bovbjerg Røikjer for hjælp med programmeringen.

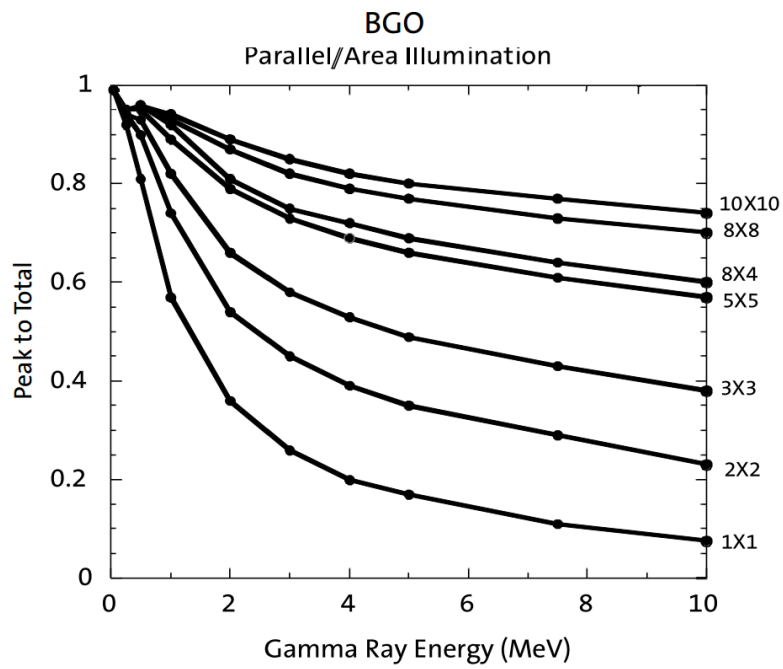
11 Bilag



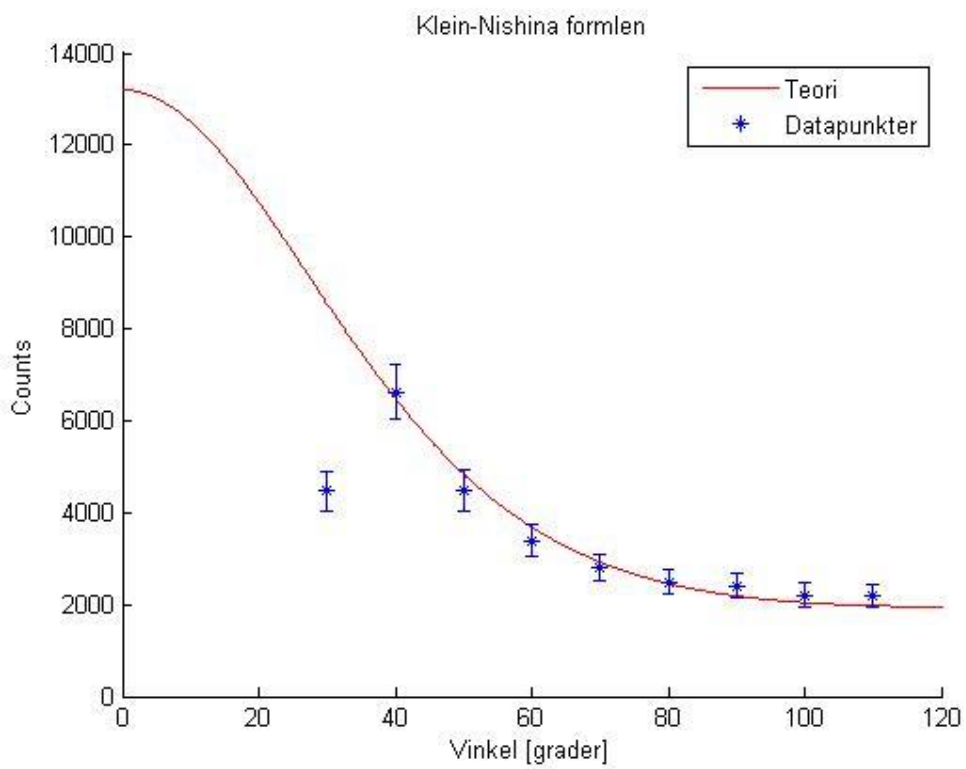
Figur 13: Effektivitet af BGO-detektor



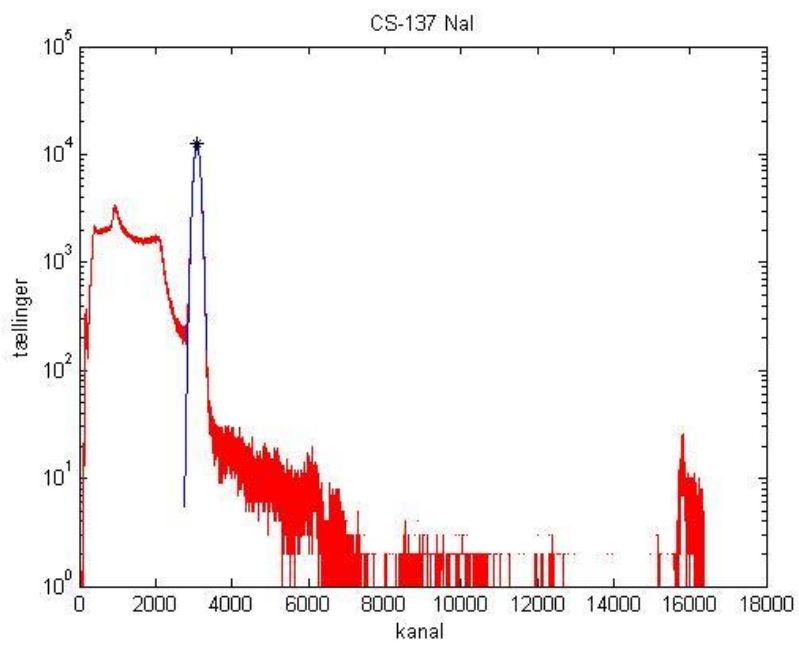
Figur A2: Effektivitet af NaI-detektor



Figur A3: Peak-to-total BGO-detektor



Figur A4: Klein-Nishinaformlen hvor $L_{BGO}=1.5$ cm



Figur A5: Rå data fra NaI-detektoren